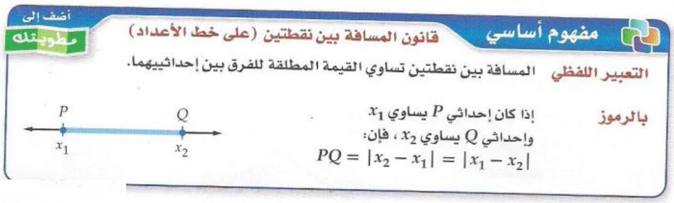
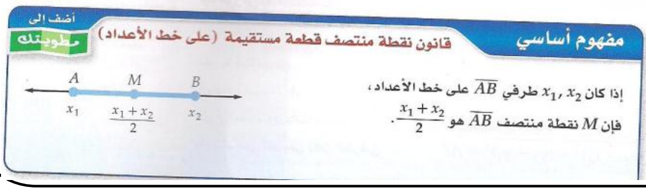
المسافة ونقطة المنتصف


مفهوم أساسي قانون المسافة بين نقطتين (على خط الأعداد) أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي المسافة بين نقطتين تساوي القيمة المطلقة للفرق بين إحداثييهما.

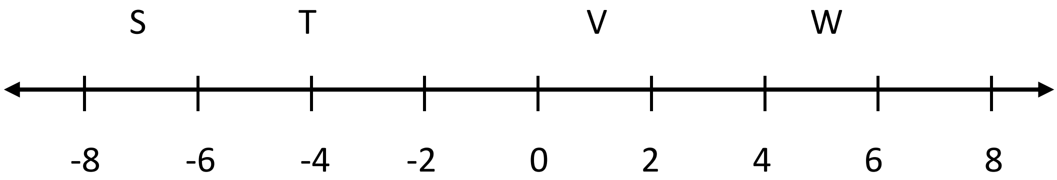
بالرموز إذا كان إحداثي P يساوي x_1 وإحداثي Q يساوي x_2، فإن: $PQ = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$


مفهوم أساسي قانون نقطة منتصف قطعة مستقيمة (على خط الأعداد) أضف إلى مطويتك

إذا كان x_1, x_2 طرفي $\overline{AB}$ على خط الأعداد، فإن M نقطة منتصف $\overline{AB}$ هو $\frac{x_1 + x_2}{2}$.

مثال ١ : استعمل خط الاعداد التالي لإيجاد المسافة بين نقطتين لكل من :-

(1) VW (2) TV (3) ST (4) SV



(1) VW = ...

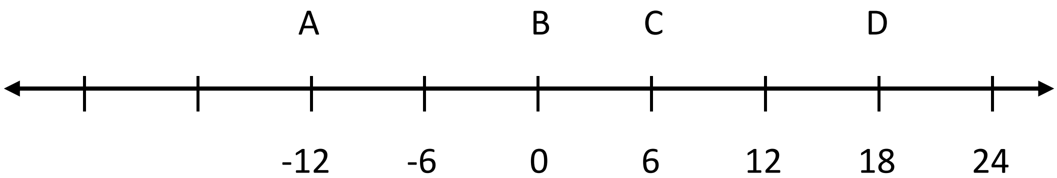
(2) TV = ...

(3) ST = ...

(4) SV = ...

مثال ٢ : استعمل خط الاعداد ،لإيجاد نقطة منتصف كل من :-

(1) $\overline{AC}$ (2) $\overline{BD}$ (3) $\overline{AD}$

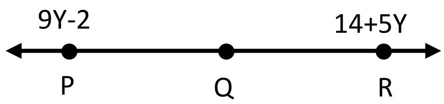


(1) $M_{\overline{AC}}$ = ...

(2) $M_{\overline{BD}}$ = ...

(3) $M_{\overline{AD}}$ = ...

مثال٣ : أوجد طو $\overline{PQ}$ ،إذا كانت Q منتصف $\overline{PR}$:-

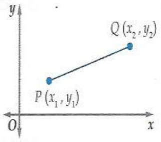


(تابع) المسافة ونقطة المنتصف

مفهوم أساسي — **قانون المسافة بين نقطتين (في المستوى الإحداثي)** — أضف إلى مطويتك

إذا كانت النقطة P هي (x_1, y_1) والنقطة Q هي (x_2, y_2) ، فإن :

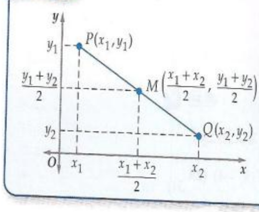
$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



مفهوم أساسي — **قانون نقطة منتصف قطعة مستقيمة (في المستوى الإحداثي)** — أضف إلى مطويتك

إذا كانت $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ طرفي $\overline{PQ}$ في المستوى الإحداثي ، فإن M نقطة منتصف $\overline{PQ}$ هي:

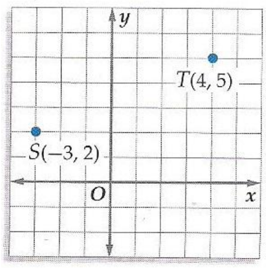
$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$



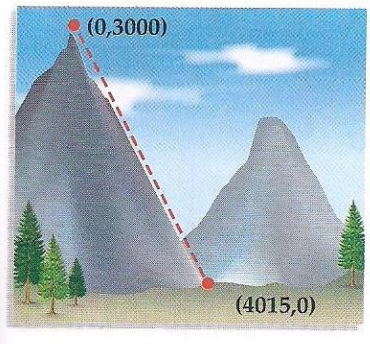
مثال ١ : أوجد المسافة بين كل نقطتين في كل من :-

(1) $M(-3, 8), N(-5, 1)$

(2)



(3) **تسلّق الجبال:** يُخطّط منصور لتسلّق قمة جبل السودة بأبها في المملكة العربية السعودية خلال رحلة مع عائلته في إجازة الربيع. يظهر في الشكل إحداثيات قمة الجبل، وإحداثيات نقطة الانطلاق للمسار الذي سيسلكه في تسلق الجبل. إذا أمكن تقريب المسار إلى مستقيم، فقدّر طول هذا المسار بالأمتار.



مثال ٢ : أوجد احداثي نقطة المنتصف $\overline{AB}$ حيث A(5, 12) B(-4, -8) :-

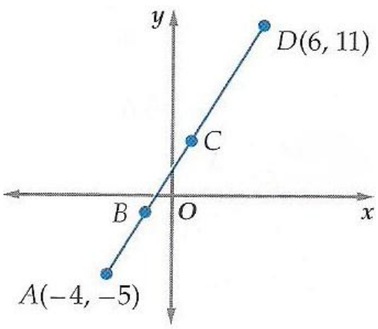
مثال ٣ : أوجد احداثي نقطة منتصف القطعة المستقيمة المُعطى إحداثيات طرفيها في كل مما يأتي :-

J(-11.2, -3.4) Y(-6, -6.8)

(تابع) المسافة ونقطة المنتصف

مثال ٤ : **(فكرة جديدة)** أوجد أحداثي G إذا كانت P(-5, 10) منتصف $\overline{EG}$ ،و كانت E(-8, 6) :-

مثال ٥ : هندسة إحداثي : أوجد إحداثي B ،إذا كانت B منتصف $\overline{AC}$ وكانت C منتصف $\overline{AD}$:-



مثال ٦ : حدد قيمة (أو قيم) n في كل مما يأتي :-

$$P(3n, n-7), Q(4n, n+5), PQ = 13$$

الوسط الهندسي

قانون الوسط الهندسي :

الوسط الهندسي للعددين الموجبين A, B هو العدد موجب X حيث

(1) $\frac{A}{X} = \frac{X}{B}$　　(2) X^2 = A . B　　(3) X = $\sqrt{A\,.\,B}$

مثال ١ : الوسط الهندسي بين العددين 15, 12 :-

مثال ٢ : أوجد الوسط الهندسي للعددين $75, \frac{1}{3}$:-

مثال ٣ : **(فكرة جديدة)** الوسط الهندسي للعددين A, B يساوي $\sqrt{17}$ أوجد B إذا كانت A = 7 :-

مثال ٤ : الوسط الهندسي للعددين A, B هو 5 أوجد A إذا كانت B = 3 :-

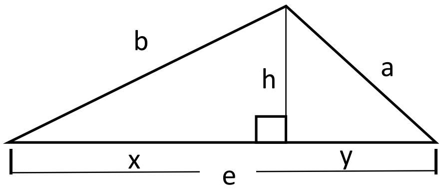
(تابع) الوسط الهندسي

نظريات الوسط الهندسي في المثلث القائم :

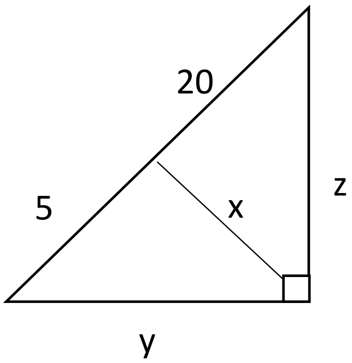
(1) $h = \sqrt{x \cdot y}$

(2) $a = \sqrt{y \cdot e}$

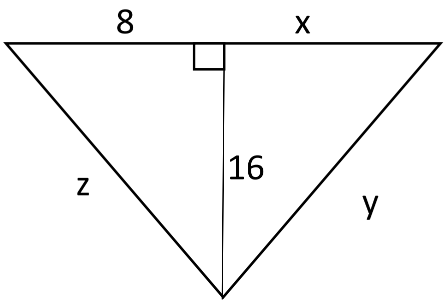
(3) $b = \sqrt{x \cdot e}$



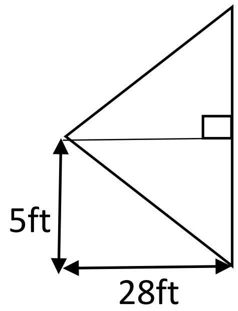
مثال ١ : أوجد قيمة Z, Y, X مقربًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة ، إذا لزم ذلك ؟



مثال ٢ : أوجد قيمة z, y, x في الشكل ادناه :-



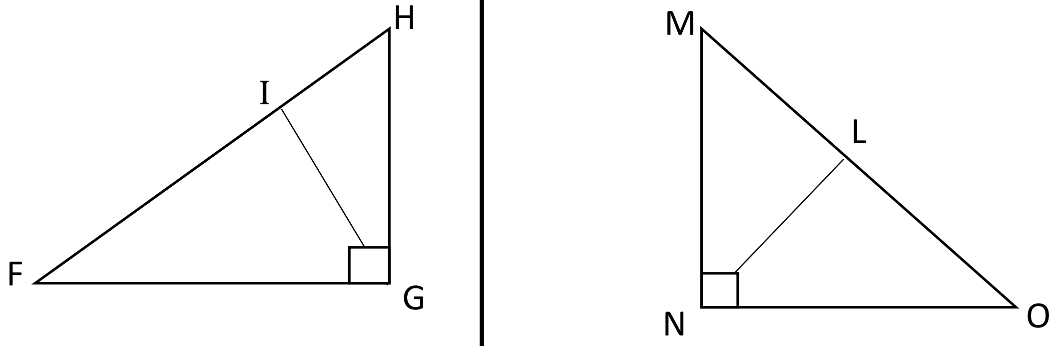
(تابع) الوسط الهندسي



مثال ٣ : **شلالات :** يستعمل أحمد كتابًا ،لتحديد خط النظر إلى قمة شلال ، إذا كان مستوى عينيه يرتفع 5ft فوق سطح الأرض ،وبعده الأفقي من الشلال 28ft ،فأوجد ارتفاع الشلال إلى أقرب عشر قدم .

تمارين أكثر (مثال ٣) "الكتاب "رقم ٥٦ صـ ٣٣ ــ رقم ٧ صـ٢٩ ــ/ " الكراسة " رقم ٧ صـ٥ ــ :-

مثال ٤ : اكتب عبارة التشابه ،تُعين فيها المثلثات الثلاثة المتشابهة في كل من :-



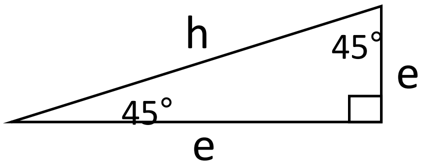
مملكة البحرين   ريض 151   التاريخ :   /   /

المثلثات القائمة الخاصة

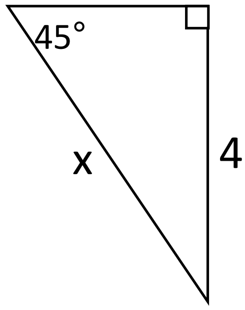
نظرية (4-1) ،نظرية المثلث 90° - 45° - 45° :

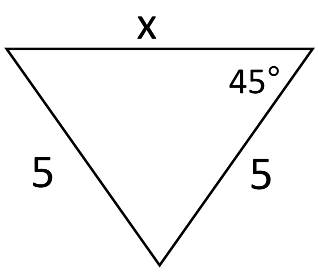
(1) $h = e\sqrt{2}$

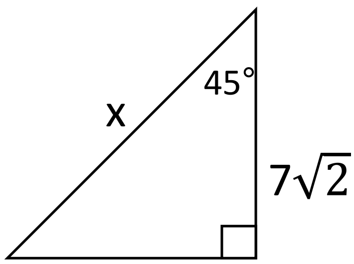
(2) $e = \frac{h}{\sqrt{2}}$

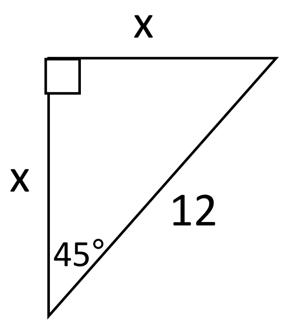


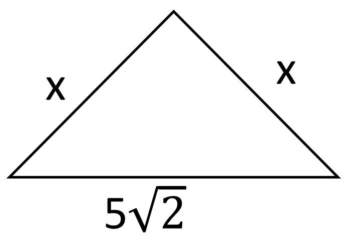
مثال ١ : أوجد قيمة x :-

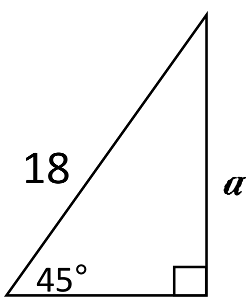






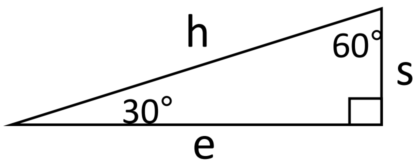






(تابع) المثلثات القائمة الخاصة

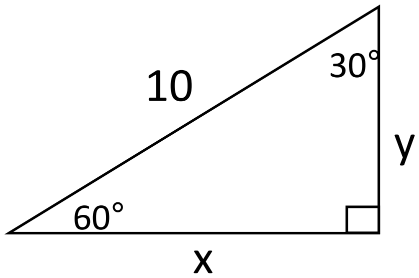
نظرية (5-1) ،نظرية المثلث °90 - °60 - °30 :

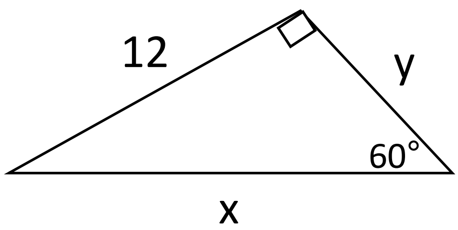


(1) $h = 2s$

(2) $e = s\sqrt{3}$

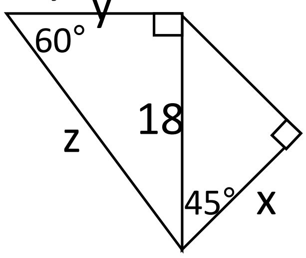
مثال ٢ : أوجد قيمة y, x :-





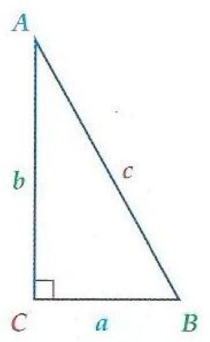
<u>تمارين (مثال ٢) "الكتاب" رقم ٢٣ و ٣٠ صـ٣٩ ـــ :-</u>

مثال ٣ : أوجد قيمة x, y, z في الشكل ادناه :-



حساب المثلثات

مثال ١ : أوجد النسب التالية على صورة كسر اعتيادي وكسر عشري إلى أقرب جزء من المئة :-



$\sin A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$

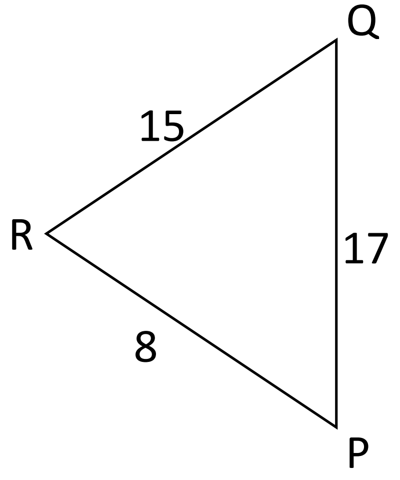
$\sin B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c}$

$\cos A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c}$

$\cos B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$

$\tan A = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{a}{b}$

$\tan B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{b}{a}$

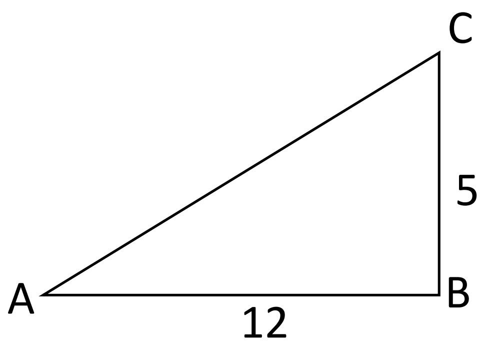


(1) $\sin Q =$　　　(1) $\sin P =$

(2) $\cos Q =$　　　(2) $\cos P =$

(3) $\tan Q =$　　　(3) $\tan P =$

مثال ٢ : أوجد النسب التالية على صورة كسر اعتيادي وكسر عشري إلى أقرب جزء من المئة :-

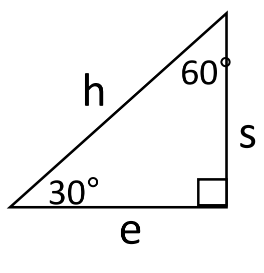


(1) $\sin A =$

(2) $\tan C =$

(3) $\cos C =$

مثال ٣ : استعمل مثلثًا قائمًا خاصًا لإيجاد tan 30 على صورة كسر اعتيادي وعشري إلى أقر جزء من مئة .



تأكد ٢ صـ ٤٦ ـ

تأكد 3A صـ٤٧ ـ

(تابع) حساب المثلثات

(معكوس النسب المثلثية)

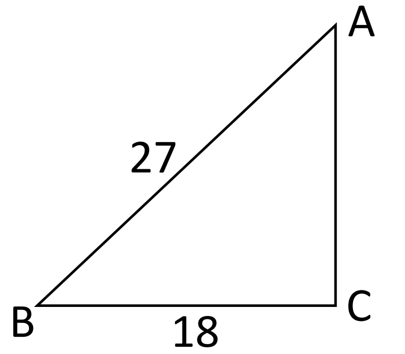
مثال ١ : أوجد قياس كل زاوية مما يأتي إلى أقرب عُشر الدرجة . إذا لزم ذلك ؟

(1) $\cos A = 0.6717$ --

(2) $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ --

(3) $\tan C = 2.1758$ ---

مثال ٢ : (استعمل الآلة الحاسبة) لإيجاد قياس $\angle A$ مقربًا لأقرب عُشر :-

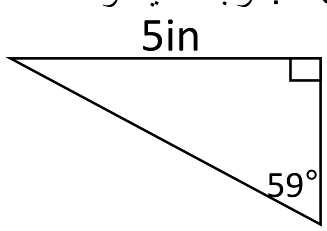


<u>تمارين (مثال ٢) تأكد 4B, 4A صـ٤٨ ـــ :-</u>

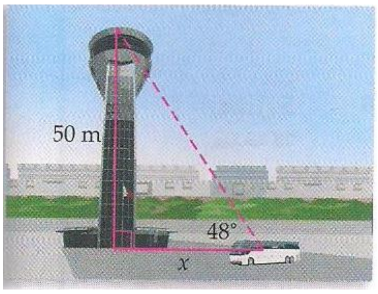
<u>تمارين إضافية رقم ٦٦ ـــ ٦٧ ـــ ٦٨ صـ٥٤ ـــ :-</u>

مثال ٣ : أوجد ظل أكبر زاوية حادة في المثلث الذي أطوال أضلاعه 3cm, 4cm, 5cm :-

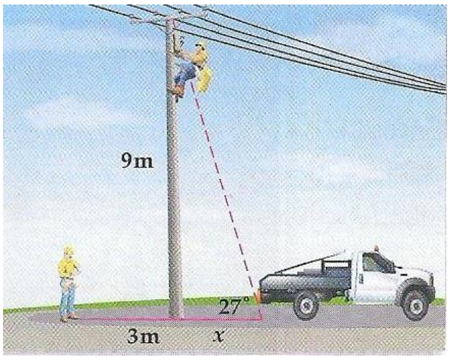
مثال ٤ : أوجد محيط ومساحة سطح المثلث ادناه . مقربًا الناتج إلى أقرب جزء من مئة :-



زوايا الارتفاع والانخفاض

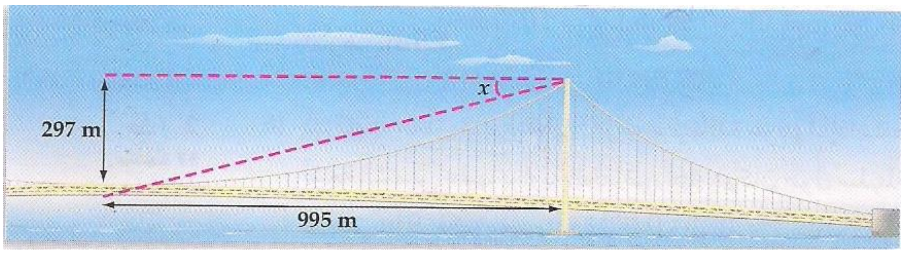


سياحة: رصد سليمان قمة برج المراقبة الجوية بمطار البحرين الدولي من حافلة تُقله، فكانت زاوية ارتفاعه $48°$. إذا كان ارتفاع البرج $50\,m$ تقريبًا، فكم تبعُد الحافلة عن البرج، مقرّبًا الناتج إلى أقرب متر؟



صيانة: وصل عاملا صيانة أعطال الكهرباء إلى موقع لإصلاح انقطاع التيار الكهربائي. تسلّق أحدهما العمود وبقي يصلح العُطل عند ارتفاع $9\,m$ فوق سطح الأرض، فكانت زاوية ارتفاعه عن الشاحنة $27°$، بينما وقف الآخر على بُعد $3\,m$ عن العمود وعلى استقامة مع العمود والشاحنة. ما بُعد العامل الواقف على سطح الأرض عن الشاحنة؟ قرِّب الناتج إلى أقرب عُشر.

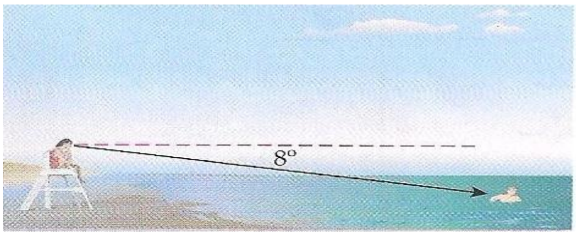
جسور: ارتفاع أعلى دعامة في منتصف أطول جسر معلق في العالم $297\,m$ ، إذا كانت بداية الجسر تبعُد عن منتصفه $995\,m$ كما في الشكل أدناه، فما قياس زاوية انخفاض بداية الجسر عن قمة الدعامة، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية؟



(تابع) زوايا الارتفاع والانخفاض

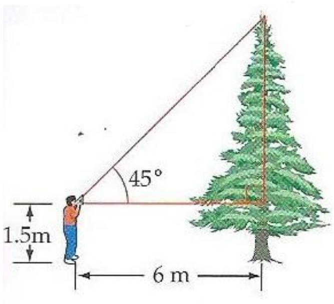
كرة القدم: إذا كان ارتفاع مرمى كرة القدم 8 ft، وحاول أحد اللاعبين تسديد الكرة نحو المرمى من مسافة 25 yd عن قاعدة المرمى، فما أكبر زاوية ارتفاع يمكن للاعب أن يضرب الكرة كي يسجّل هدفًا، إذا لم يعترض الكرة في حركتها أي عائق؟ مقرّبًا الناتج إلى أقرب درجة.

إنقاذ: يراقب منقذ السّباحين الشاطئ من موقع يرتفع 6 ft فوق سطح الأرض. شاهد سبّاحًا بزاوية انخفاض قياسها 8° ، كم يبعد السبّاح عن قاعدة موقع المراقبة إلى أقرب قدم؟



سؤال ذو إجابة قصيرة: يقع كشّاف ضوئي على بُعد 6500 ft من محطة لرصد الأحوال الجوية. رصدت بقعة ضوئية من موقع الكشاف في الغيوم فوق المحطة، فكانت زاوية ارتفاعها 45°، كم يكون ارتفاع الغيوم؟

مناظر طبيعية: يريد عماد أن يجد ارتفاع شجرة، فأمسك مثلث الرسم القائم الزاوية، والذي قياس زاويته الحادة 45° ، بحيث كان أحد الضلعين أفقيًا، وشاهد قمة الشجرة على استقامة الوتر كما في الشكل المجاور. إذا كان عماد على بُعد 6 m من الشجرة، وارتفاع مستوى عينيه عن سطح الأرض 1.5 m ، فأوجد ارتفاع الشجرة. (الدرس 5-1)

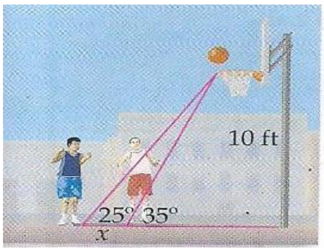


تمارين أكثر صـ ٦٣ ــ رقم ٢٧ و صـ٦١ ــ رقم ١٦ :-

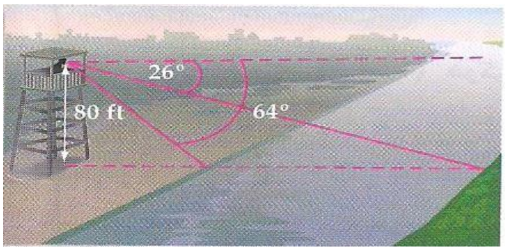
(تابع) زوايا الارتفاع والانخفاض

بنايات شاهقة : رصد مبنيان من قمة برج ارتفاعه 200m ،فكانت زاوية انخفاض المبنى A تساوي °35 ،بينما كانت زاوية انخفاض المبنى B تساوي °36 . إذا كان المبنيان في جهة واحد من البرج ،فما البُعد بينهما إلى أقرب متر ؟

كرة السلّة: ينتظر لاعبا كرة السلة أحمد ومحمد الكرة المرتدة في أثناء مباراة كرة السلة. إذا كان ارتفاع حلقة السلة 10 ft، وزاويتا الارتفاع بين موقعيهما والحلقة °25 , °35 على الترتيب، فما المسافة بينهما إلى أقرب عُشر؟



أنهار: ينظر هيثم إلى نهر من برج مراقبة. إذا كانت زاوية انخفاض الضفة القريبة °64 ، وزاوية انخفاض الضفة البعيدة °26 ، وارتفاع البرج 80 ft . فقدّرْ عرض النهر عند هذا الموقع إلى أقرب قدم.



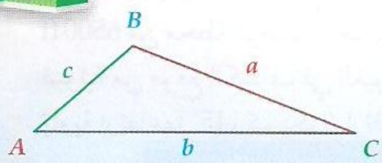
قانون الجيب وجيب التمام

نظرية 1.6

أضف إلى مطويتك

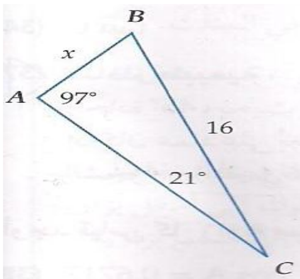
إذا مثّلت a, b, c أطوال أضلاع $\triangle ABC$ المقابلة لزواياه التي قياساتها A, B, C على الترتيب، فإن:

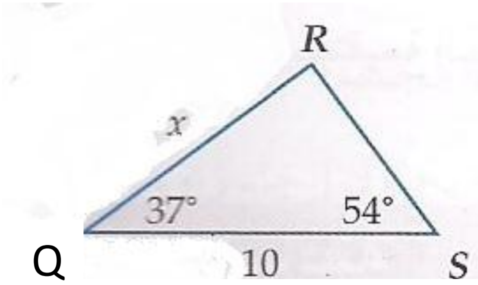
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

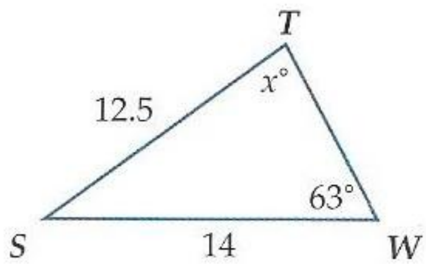


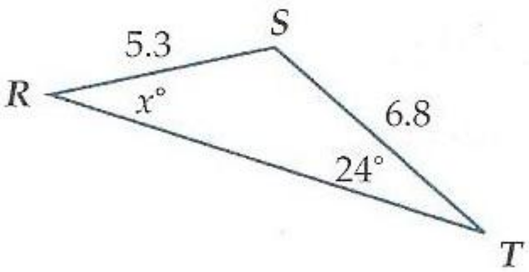
جدول صفحة ٦٨ (حل المثلث) حفظ مهم جداً جداً

مثال ١ : أوجد قيمة x إلى أقرب عُشر :-







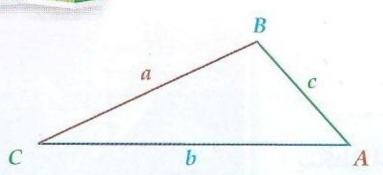


(تابع) قانون الجيب وجيب التمام

نظرية 1.7 — **قانون جيب التمام** — أضف إلى مطويتك

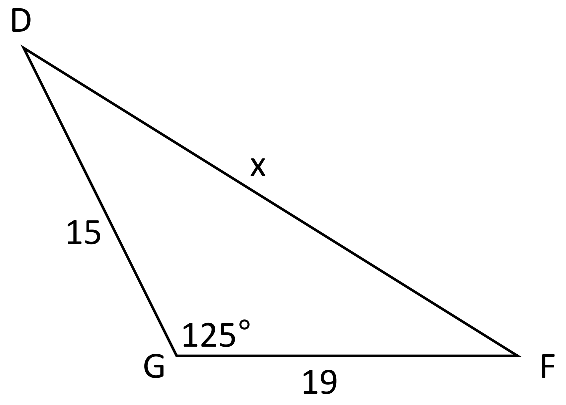
إذا مثّلت a, b, c أطوال أضلاع $\triangle ABC$ المقابلة لزواياه التي قياساتها A, B, C ، فإن:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

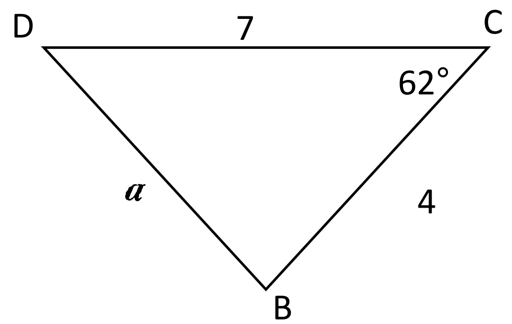


جدول صفحة ٦٨ (حل المثلث) حفظ مهم جداً جداً

مثال ١ : أوجد قيمة x مقربًا إلى أقرب عُشر :-

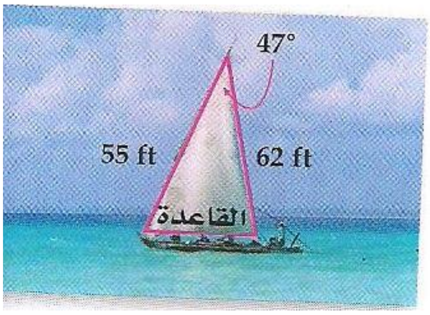


مثال ٢ : أوجد قيمة a لأقرب عُشر :-



مثال ٣ :

قوارب شراعية : عيّن طول حافة قاعدة الشراع في الشكل المجاور إلى أقرب منزلة عشرية.



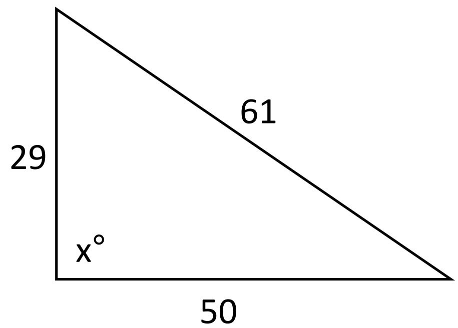
(تابع) قانون الجيب وجيب التمام

ملاحظة : لإيجاد قياسات الزوايا باستخدام قانون جيب التمام فستعمل القانون التالي :

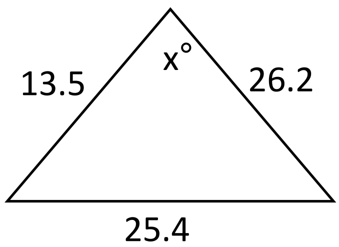
<u>في ΔABC :</u>

$$m\angle B = \cos^{-1}\left(\frac{A^2 + C^2 + B^2}{2AC}\right)$$

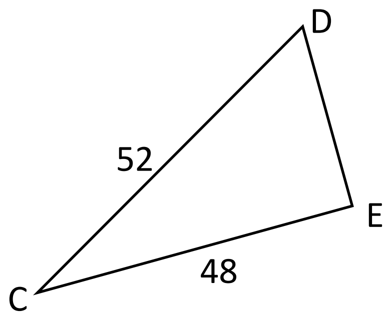
مثال ١ : أوجد قيمة x لأقرب درجة :-



مثال ٢ : أوجد قيمة x لأقرب درجة :-



مثال ٣ : حُل المثلث ادناه ،مقربًا قياسات الزوايا إلى أقرب درجة ،وأطوال الأضلاع إلى أقرب عُشر :-

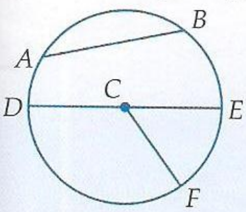


<u>تمرين (مثال ٣) رقم ٣١ صـ٧٠ ـــ :-</u>

الدائرة ومحيطها

مفهوم أساسي قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

أضف إلى مطويتك



نصف القطر هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها في المركز، و الطرف الآخر على الدائرة.

أمثلة $\overline{CD}, \overline{CE}, \overline{CF}$ أنصاف أقطار في $\odot C$.

الوتر قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

أمثلة $\overline{AB}, \overline{DE}$ وتران في $\odot C$.

القطر هو وتر يمر بمركز الدائرة، ويتكوّن من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

مثال $\overline{DE}$ قطر في $\odot C$. يتكون القطر $\overline{DE}$ من نصفي القطرين $\overline{CD}, \overline{CE}$ الواقعين على استقامة واحدة.

مفهوم أساسي العلاقة بين القطر ونصف القطر

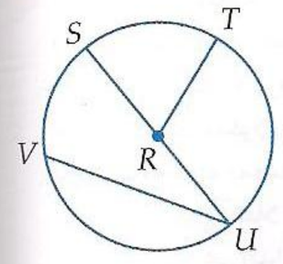
أضف إلى مطويتك

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d ، فإن العلاقات الآتية صحيحة:

صيغة نصف القطر $r = \frac{1}{2}d$ أو $r = \frac{d}{2}$ صيغة القطر $d = 2r$

(تمهيد) :-

للتمارين 13 – 10 ، ارجع إلى $\odot R$ في الشكل المجاور .



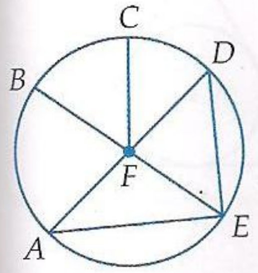
10) ما مركز الدائرة؟

11) حدّد وترًا يكون قطرًا؟

12) هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ فسّر إجابتك.

13) إذا كان $SU = 16.2\,cm$، فأوجد RT .

للتمارين 17-14 ، ارجع إلى $\odot F$ في الشكل المجاور .



14) سمِّ وترًا لا يكون قطرًا.

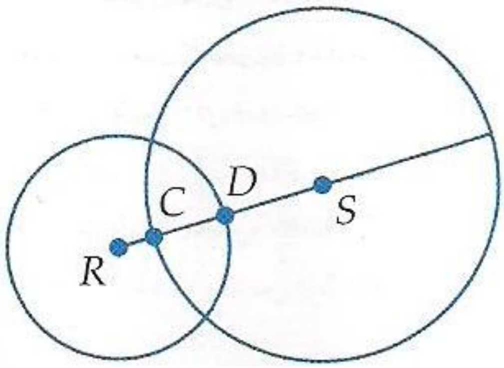
15) إذا كان $CF = 14\,in$، فما قطر الدائرة؟

16) هل $\overline{AF} \cong \overline{EF}$ ؟ فسّر إجابتك.

17) إذا كان $DA = 7.4\,cm$ ، فأوجد EF .

(تابع) الدائرة ومحيطها

مثال ١ : قطر $\odot S$ يساوي 30 وقطر $\odot R$ يساوي 20 وحدة ،و ds يساوي 9 وحدات ،أوجد CD :-



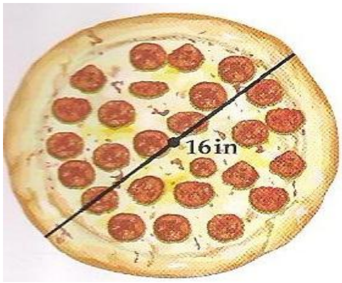
مثال ٢ : استعمل الشكل المجاور ،لإيجاد RC :-

مفهوم أساسي محيط الدائرة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي إذا كان قطر الدائرة يساوي d ونصف قطرها يساوي r ، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π أو حاصل ضرب مثلي نصف القطر في π .

بالرموز $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$ و $r = \frac{c}{2\pi}$ / $d = \frac{c}{\pi}$



بيتزا: أوجد نصف قطر قرص البيتزا ومحيطها في الشكل المجاور مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

أوجد محيط كلّ من الدائرتين الآتيتين مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من مئة.

(4A نصف القطر يساوي 2.5 cm

(4B القطر يساوي 16 ft

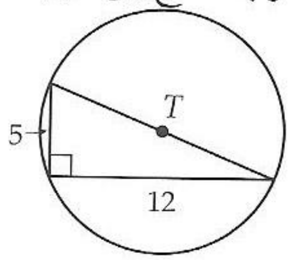
إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8 cm ، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقرّبين إلى أقرب جزء من مئة.

(تابع) الدائرة ومحيطها

مثال ٦ : أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا عُلم محيطها .مقربًا الناتج إلى أقرب جزء من مئة :-

C = 124 ft

ما محيط $\odot T$ ؟ قرّب الناتج إلى أقرب عُشر.



أوجد القيمة الفعلية لمحيط كلّ من الدوائر الآتية، باستعمال المضلّع الذي تحيطه أو الذي يحيطها.