

مملكة البحرين

منتدى الرياضيات bh

قسم الرياضيات

رياضيات

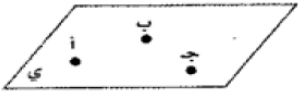
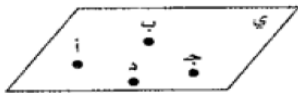
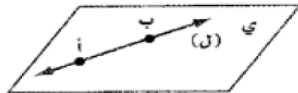
الوحدة الرابع

إعداد : منتدى الرياضيات bh

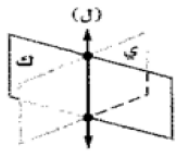
مملكة البحرين **المسلّمات والبراهين** الاسم :

ملاحظة	⋮	إذا	⋮	بما أن
--------	---	-----	---	--------

النقاط والمستقيمات والمستويات المسلّمة هي عبارة تقبل على أنها صحيحة من دون برهان. سبق ودرست أفكارًا عن النقاط والمستقيمات والمستويات، ويمكن اعتبار هذه الأفكار مسلّمات.

أمثلة	التعبير اللفظي
المستقيم (ل) هو المستقيم الوحيد المار بالنقطتين ب و جـ. 	١ - ٤ بأي نقطتين معلومتين يمر مستقيم واحد فقط.
المستوى ي هو المستوى الوحيد الذي تعينه النقاط أ، ب، جـ التي لا تقع على استقامة واحدة. 	٢ - ٤ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تعين مستوى واحدًا فقط.
المستقيم (ل) يحوي النقاط هـ، و، م. 	٣ - ٤ يحوي المستقيم نقطتين على الأقل.
المستوى ي يحوي النقاط أ، ب، جـ، د التي لا تقع على استقامة واحدة. 	٤ - ٤ يحوي المستوى ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.
إذا وقعت النقطتان أ و ب في المستوى ي، فإن المستقيم أ ب يقع بأكمله في المستوى ي. 	٥ - ٤ إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم المار بهما يقع بأكمله في المستوى.

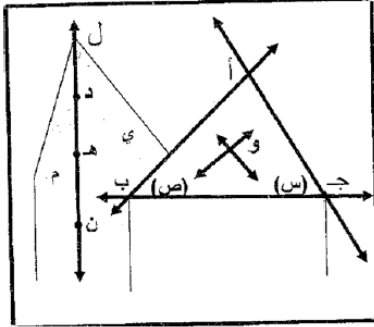
تتعلّق المسلّمات الآتية بتقاطع المستقيمات والمستويات.

أمثلة	التعبير اللفظي
المستقيمان (ل) و (ق) يتقاطعان في النقطة ب. 	٦ - ٤ إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.
يتقاطع المستويان ي، ك في المستقيم (ل). 	٧ - ٤ إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون خطًا مستقيمًا.

تحديد المسلمات

مثال ١ :

اشرح كيف توضح الصورة المجاورة صحة كل من العبارات التالية. ثم اذكر المسلمة التي يمكن استعمالها لبيان صحة كل عبارة .



(أ) يحتوي المستقيم (ل) على النقاط هـ ، ن . ويمكن أن تقع النقطة د أيضاً على المستقيم (ل).

(ب) التمرين ٣ المستقيمان (س) ، (ص) يتقاطعان في النقطة و

تحليل العبارات باستعمال المسلمات

مثال ٢ :

حدد ما اذا كانت كل عبارة صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو ليست صحيحة أبداً. فسر إجابتك .

(أ) المستقيمان يحددان مستوى.

(ب) اذا أخذت أربع نقاط مختلفة فإنها تكون على استقامة واحدة.

(ت) التمرين ٢ تتقاطع ثلاث مستقيمات في نقطتين.

كتابة البرهان الحر

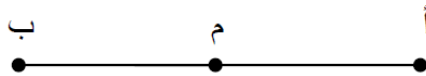
مثال ٣ :

م نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، اكتب برهاناً حراً لإثبات أن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$

المعطيات :

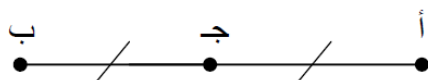
الطلوب :

البرهان :



التمرين ٣

اذا علمت أن ج تقع بين أ و ب وأن $\overline{AJ} \cong \overline{JB}$ اكتب برهاناً حراً لإثبات أن ج نقطة منتصف $\overline{AB}$



المعطيات :

المطلوب :

البرهان :

**** (٢-٤) البرهان الجبري ****

مفاهيم أساسية	خصائص الأعداد الحقيقية	أضف إلى
الخصائص الآتية صحيحة لأي أعداد حقيقية أ و ب و جـ		
خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $A = B$ ، فإن $A + ج = B + ج$	
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $A = B$ ، فإن $A - ج = B - ج$	
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $A = B$ ، فإن $A \cdot ج = B \cdot ج$	
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $A = B$ ، $ج \neq ٠$ ، فإن $\frac{A}{ج} = \frac{B}{ج}$	
خاصية الانعكاس للمساواة	$A = A$	
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $A = B$ ، فإن $B = A$	
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $A = B$ و $B = ج$ ، فإن $A = ج$	
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $A = B$ يمكننا أن نضع B مكان A في أي معادلة أو تعبير يحتوي A	
خاصية التوزيع	$A \cdot (B + ج) = A \cdot B + A \cdot ج$	

البرهان الجبري هو برهان يتكوّن من سلسلة من العبارات الجبرية. وتزود خصائص المساواة بتبريرات لكثير من العبارات المستعملة في البرهان الجبري.

مثال :

إذا كانت الصيغة التي تحول درجات الحرارة من فهرنهايتية إلى سيليزية هي

س = $\frac{5}{9} (ف - ٣٢)$ ، فإن الصيغة التي تحول درجات الحرارة من فهرنهايتية إلى سيليزية

هي $ف = \frac{9}{5} س + ٣٢$. اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة ذلك .

المبررات	العبارات

تمرين

إذا كان $\frac{٥س + ١}{٢} = ٨ - ٠$ فإن $س = ٣$

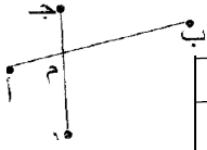
المبررات

العبارات

(٣-٤) اثبات علاقات بين القطع

مثال / استعمال مسلمة جمع أطول القطع

أثبت أنه إذا كان $\overline{AM} \cong \overline{MD}$ و $\overline{MB} \cong \overline{MC}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

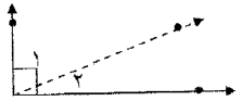


المبررات	العبارات

(٤-٤) اثبات العلاقات بين الزوايا

مثال ١/ استعمال خصائص الزوايا المتكاملة أو المتتامة

في الشكل ادناه، وجد المساح أن $\angle 1 = 73^\circ$. أوجد $\angle 2$. برر خطوات الحل.

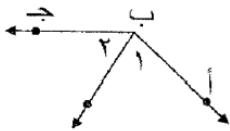


المبررات	العبارات

(٤-٤) اثبات العلاقات بين الزوايا

مثال ٢/ استعمال مسلمة جمع قياسات الزوايا

إذا كان $\angle 2 = 56^\circ$ و $\angle 1 = 145^\circ$ ، فأوجد $\angle 3$.

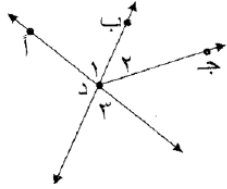


١

(٤-٤) اثبات العلاقات بين الزوايا

مثال ٣/ استعمال الزوايا المتقابلة بالرأس

أثبت أنه إذا كان $\overrightarrow{د ب}$ ينصف $\angle أ د ج$ فإن $\angle ٣ \cong \angle ٢$

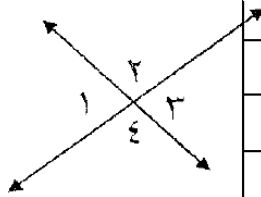


المبررات	العبارات

(٤-٤) اثبات العلاقات بين الزوايا

مثال ٤/ براهين تعتمد على استعمال نظريات تطابق المكملات أو المتممات

أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس ٢ ، ٤ متطابقتان



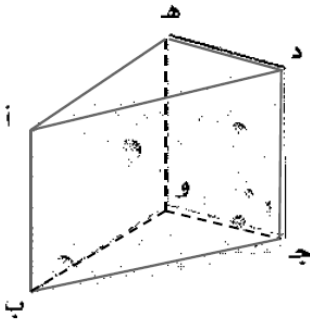
المبررات	العبارات

** (٤ - ٥) المستقيمت والقواطع **

المستقيمت والقواطع

مثال

حدد كلا مما يأتي في الشكل المجاور :



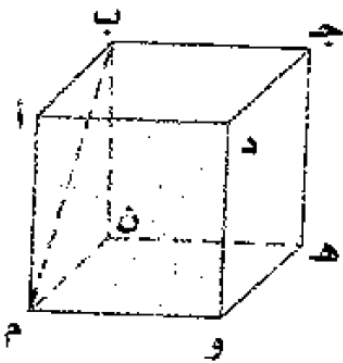
(١) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{أب}$.

(٢) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{د هـ}$.

(٣) مستوى يوازي المستوى ب و ج .

تمرين

حدد كلا مما يأتي في الشكل المجاور :



(١) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{هـ و}$.

(٢) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{ب ج}$.

(٣) مستوى يوازي المستوى د ج هـ .

مثال

تصنيف علاقات أزواج الزوايا* درس* المستقيمت والقواطع

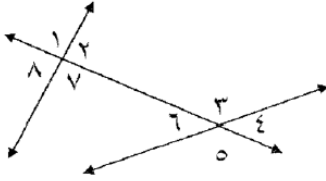
صنف كل زوج من الزوايا الآتية الى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل المجاور .

(أ) ١ و ٥

(ب) ٦ و ٧

(ت) ٢ و ٤

(ث) ٢ و ٦



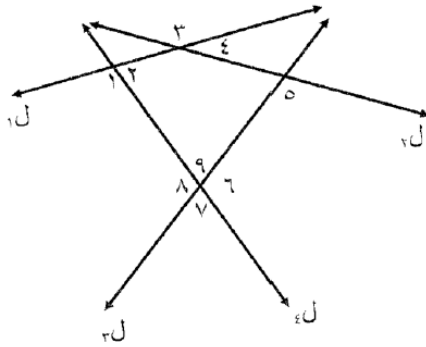
✓تحقق من نفسك: {من الرسم أعلى} ↑↑↑

(أ) ٣ و ٧ (ب) ٥ و ٧ (ج) ٤ و ٨ (د) ٢ و ٣

تحديد القاطع وتصنيف أزواج الزوايا* درس* المستقيمت والقواطع

مثال

حدد القاطع الذي يصل كل زوج من الزوايا في الصورة، ثم صنف كل زوج منها إلى زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين .



(أ) ١ و ٣

(ب) ٥ و ٦

(ت) ٦ و ٢

✓تحقق من نفسك: {من الرسم أعلى} ↑↑↑

(أ) ٣ و ٥ (ب) ٢ و ٨ (ج) ٥ و ٧

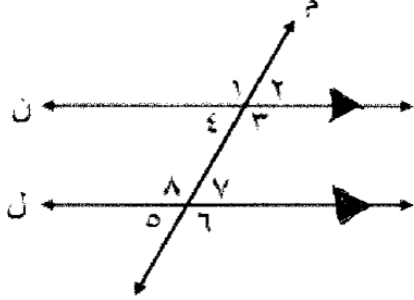
٢

*** (٥-٤) الزوايا والمستقيمات المتوازية ***

استعمال مسلمة الزوايا المتناظرة ونظريات صد١٥٥-١٥٦ —

مثال

في الشكل المجاور، إذا كان $\angle ٥ = ٧٢^\circ$. أوجد قياس كل زاوية من الزاويتين الآتيتين، واذكر المسلمات (أو النظريات) التي استعملتها.



(أ) $\angle ٤$

(ب) $\angle ٢$

تحقق من فهمك : على الرسم الذي في الأعلى لكن {إذا كان $\angle ٨ = ١٠٥^\circ$ } أوجد قياس الزوايا.

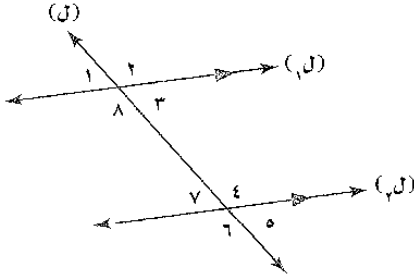
(د) $\angle ٣$

(ج) $\angle ١$

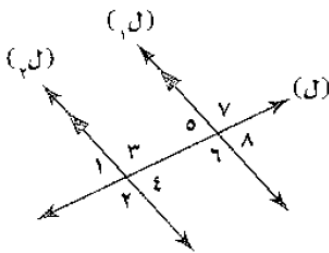
إيجاد قيمة المتغير صد١٥٧ —

مثال

استعمل الشكل المجاور لإيجاد المتغير المحدد، إذا كان $\angle ٣ = (٣٠ + ص)^\circ$ ، و $\angle ٧ = (٦ + ص)^\circ$ ، فأوجد قيمة ص.



تحقق من فهمك : إذا كان $\angle ٢ = (٧ + س)^\circ$ ، و $\angle ٧ = (١٣ - ٥)^\circ$ ، فأوجد قيمة س.



في دفترك : إذا كان $\angle ٥ = ٦٨^\circ$ ، و $\angle ٣ = (٢ - ص)^\circ$ ، فأوجد قيمة ص.

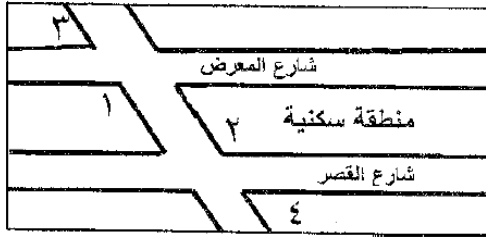
١

تابع (٤-٦) الزوايا والمستقيمات المتوازية

استعمال نظريات المستقيمات المتوازية

مثال

شارع المعرض وشارع القصر يقطعهما شارع الشيخ دعيج في الجهة الغربية من المنطقة السكنية .
فإذا كان $\angle 1 = 118^\circ$ ، فأوجد $\angle 2$:-



تحقق من فهمك: ☺☺

ارجع إلى الشكل السابق لتجد $\angle 4$ في كل من الحالتين الآتيتين، واذكر المسئلة أو النظرية التي استعملتها :

(١) إذا كان $\angle 1 = 100^\circ$

(٢) إذا كان $\angle 3 = 70^\circ$

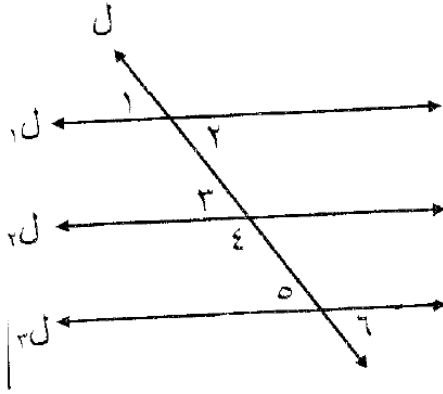
** (٧-٤) اثبات توازي مستقيمين **

تعيين المستقيمتين المتوازيتين

مثال

هل يمكن تبعا للمعطيات اثبات أن أي المستقيمتين المبينة متوازيتين؟ وان كانت متوازيتين، فأذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر اجابتك .

(أ) $\angle 1 \cong \angle 6$



(ب) $\angle 3 \cong \angle 2$

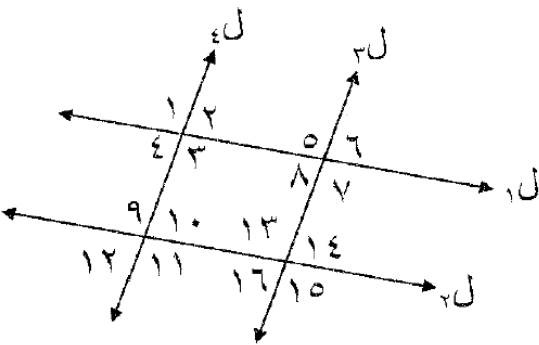
تحقق من فهمك :

(١) $\angle 8 \cong \angle 2$

(٢) $\angle 11 \cong \angle 3$

(٣) $\angle 14 \cong \angle 12$

(٤) $\angle 8 + \angle 13 = 180^\circ$



١